

# Mecânica dos Fluidos

## Cinemática dos Fluidos: Balanço Global de Energia

Prof. Rodolfo Rodrigues  
Universidade Federal do Pampa

**BA000200 – Fenômenos de Transporte**  
Campus Bagé

03 e 04 de abril de 2017



# Balanço de Energia



# Balanço de Energia

- A **energia** é a segunda propriedade a ser considerada nos **balanços globais** em um **volume de controle**;
- O balanço global de energia é a combinação da **lei de conservação da energia** e a **1ª lei da termodinâmica**;
- A energia dentro de um sistema pode ser classificada em 3 formas:
  - 1 **Energia potencial**;
  - 2 **Energia cinética** e
  - 3 **Energia interna**.



# Balço de Energia

## Lei de Conservação da Energia

- Para um volume de controle:

$$\begin{aligned} & \left( \begin{array}{l} \text{taxa de energia saindo} \\ \text{do volume de controle} \end{array} \right) & (1) \\ & - \left( \begin{array}{l} \text{taxa de energia entrando} \\ \text{no volume de controle} \end{array} \right) \\ & + \left( \begin{array}{l} \text{taxa de energia} \\ \text{acumulando no} \\ \text{volume de controle} \end{array} \right) = 0 \end{aligned}$$

# Balanço de Energia

## Primeira Lei da Termodinâmica

- A 1ª lei da termodinâmica pode ser escrita como:

$$\Delta E = Q - W \quad [\text{J/kg}] \quad (2)$$

onde  $E$  é a energia total por massa de fluido;  
 $Q$  é o calor *absorvido* por massa de fluido e  
 $W$  é o trabalho de qualquer tipo feito por massa de fluido *sobre* a vizinhança.



# Balanço de Energia

## 1. Energia Potencial

- É a energia presente devido a posição da massa em um campo gravitacional  $g$ ,

$$z \cdot g \quad \text{[J/kg]} \quad (3)$$

onde  $z$  é a altura relativa a um plano de referência



# Balço de Energia

## 2. Energia Cinética

- É a energia presente devido ao movimento translacional ou rotacional da massa,

$$\frac{v^2}{2} \quad \text{[J/kg]} \quad (4)$$

onde  $v$  é a velocidade relativa ao limite do sistema a um dado ponto.



# Balanço de Energia

## 3. Energia Interna

- São as demais energias presentes tais como energia rotacional e vibracional em ligações químicas;
- É representada por  $U$ .





## Balço de Energia

- A **energia total** do fluido por massa é então:

$$E = U + \frac{v^2}{2} + zg \quad [\text{J/kg}] \quad (5)$$

- E considerando o **trabalho feito pelo fluido ao escoar** para dentro e fora do volume de controle:

$$E = H + \frac{v^2}{2} + zg \quad [\text{J/kg}] \quad (6)$$

onde  $H$  é a **entalpia** e é definida como:

$$H = U + pV \quad [\text{J/kg}]$$

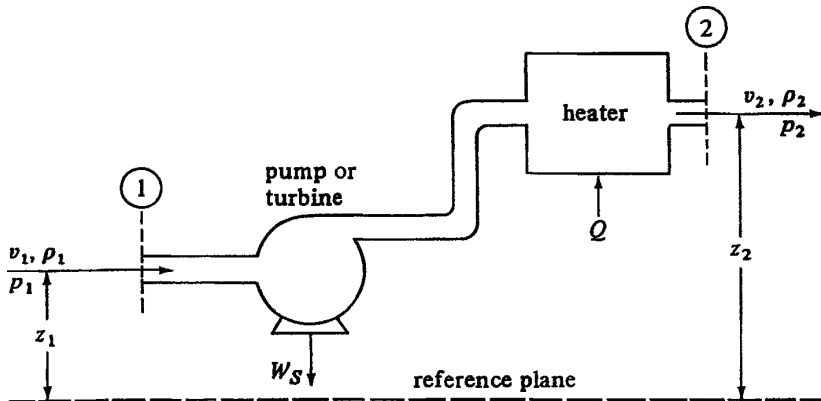


## Balanço de Energia

- O **calor** e o **trabalho** não são associados com a massa;
- $q$  é a **taxa de calor** que atravessa o volume de controle devido a um gradiente de temperatura;
- $\dot{W}$  é o **trabalho** (taxa de energia) e são de 2 tipos:
  - $\dot{W}_s$ , é o **trabalho (mecânico) de eixo** (“shaft”) e
  - o **trabalho de pressão-volume** que está incluído no termo de entalpia,  $H$ .
- As convenções de sinais são:
  - $q > 0$ : **absorvido pelo sistema** (aquecedor);
  - $q < 0$ : **removido do sistema** (resfriador);
  - $\dot{W} > 0$ : **realizado no meio** (turbina);
  - $\dot{W} < 0$ : **recebido do meio** (bomba/soprador).



# Balauço de Energia



**Figura 1:** Sistema de escoamento de um fluido em regime permanente.

Fonte: Geankoplis (2003).



# Balanço de Energia

## Balanço de Energia em Regime Permanente

- Assumindo escoamento **unidimensional, regime permanente** e somente uma entrada e uma saída:

$$H_2 - H_1 + \frac{1}{2\alpha}(v_{m2}^2 - v_{m1}^2) \quad [\text{J/kg}] \quad (8)$$
$$+g(z_2 - z_1) = Q - W_s$$

onde  $\alpha$  é o **fator de correção da energia cinética** devido a variação de velocidade.

- Para o escoamento em tubos:
  - $\alpha = 0,5$  para **escoamento laminar** e
  - $\alpha \approx 1$  para **escoamento turbulento**.

# Balço de Energia Mecânica



## Balanço de Energia Mecânica

- Engenheiros estão usualmente interessados com um tipo especial de energia, a **energia mecânica**;
- Energia mecânica é a forma de energia que é **trabalho** ou algo que pode ser convertido diretamente em **trabalho**;
- Os termos de **calor** e **energia interna** do balanço global de energia **não** permitem uma conversão simples em **trabalho**;
- Energia convertida em calor ou energia interna é geralmente **trabalho perdido** ou **energia perdida** devido a resistência ao escoamento;



## Balço de Energia Mecânica

- É conveniente escrever um balço de energia em termos das **perdas de energia**,  $\sum F$ ;
- No regime permanente, o trabalho feito pelo fluido,  $W'$ , é:

$$W' = \int_{V_1}^{V_2} p dV - \sum F \quad [\text{J/kg}] \quad (9)$$

onde  $\sum F > 0$  e representa todas as perdas por atrito.

- Escrevendo a 1ª lei da termodinâmica em termos de  $W'$ , tem-se:

$$\Delta U = Q - W' \quad [\text{J/kg}]$$



## Balanço de Energia Mecânica

- A equação que define a entalpia pode ser escrita:

$$\begin{aligned}\Delta H &= \Delta U + \Delta pV && [\text{J/kg}] && (11) \\ &= \Delta U + \int_{V_1}^{V_2} p dV + \int_{p_1}^{p_2} V dp\end{aligned}$$

- Substituindo a eq. 9 na 10 e então combinando com a eq. anterior, obtém-se:

$$\Delta H = Q + \sum F + \int_{p_1}^{p_2} V dp \quad [\text{J/kg}] \quad (12)$$





## Balanço de Energia Mecânica

### Balanço de Energia Mecânica

- Assim, obtêm-se a **equação do balanço de energia mecânica** a partir da equação do balanço global de energia:

$$\frac{1}{2\alpha}(v_{m2}^2 - v_{m1}^2) + g(z_2 - z_1) \quad [\text{J/kg}] \quad (13)$$
$$+ \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho} + \sum F + W_s = 0$$



## Balço de Energia Mecânica

### Balço de Energia Mecânica

- A equação anterior pode ser escrita em termos de **energia por peso (“carga”)** ao se dividir por  $g$ :

$$\frac{1}{2\alpha g}(v_{m2}^2 - v_{m1}^2) + (z_2 - z_1) \quad [\text{J}/(\text{N}/\text{m}^3)] \quad (14)$$
$$+ \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\gamma} + \sum \frac{F}{g} + \frac{W_s}{g} = 0$$



# Balanço de Energia Mecânica

## Balanço de Energia Mecânica

- Para um **fluido incompressível**, a **equação do balanço de energia mecânica** torna-se:

$$\frac{1}{2\alpha}(v_{m2}^2 - v_{m1}^2) + g(z_2 - z_1) \quad [\text{J/kg}] \quad (15)$$
$$+ \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \sum F + W_s = 0$$



# Balço de Energia Mecânica

## Balço de Energia Mecânica

- A equação anterior pode também ser escrita em termos de carga ao se dividir por  $g$ :

$$\frac{1}{2\alpha g}(v_{m2}^2 - v_{m1}^2) + (z_2 - z_1) \quad [\text{J}/(\text{N}/\text{m}^3)] \quad (16)$$
$$+ \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \sum \frac{F}{g} + \frac{W_s}{g} = 0$$



# Balanço de Energia Mecânica

## Potência e Rendimento de Máquinas

- A **potência do fluido** é definida como:

$$P = Q_m \cdot E \quad [\text{W}] \quad (17)$$

$$P = \gamma \cdot Q_v \cdot H_M \quad [\text{W}] \quad (18)$$

onde  $H_M$  é a **carga manométrica**.

- A **potência da máquina** é definida como:

$$P = Q_m \cdot W_s \quad [\text{W}] \quad (19)$$

$$P = \gamma \cdot Q_v \cdot H_B \quad [\text{W}] \quad (20)$$

onde  $H_B$  ou  $H_T$  é a **carga da bomba ou turbina**.

- A potência por ser representada por  $P$  ou  $N$ .

# Balço de Energia Mecânica

## Potência e Rendimento de Máquinas

- Os **trabalhos de eixo** são definidos como:

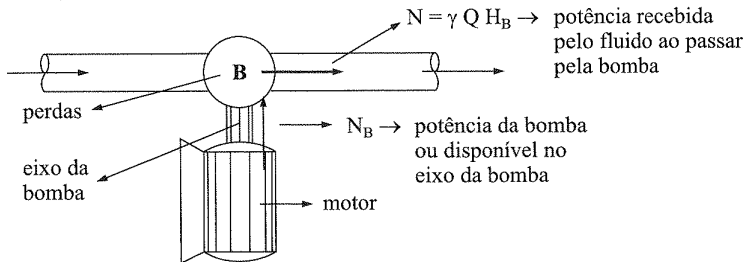
$$W_s = -\eta \cdot W_p \quad [\text{J/kg}] \quad (21)$$

$$W_s = +\eta \cdot W_t \quad [\text{J/kg}] \quad (22)$$

onde  $\eta$  é o **rendimento da máquina**;  
 $W_p$  é o **trabalho da bomba** (“*pump*”) e  
 $W_t$  é o **trabalho da turbina**



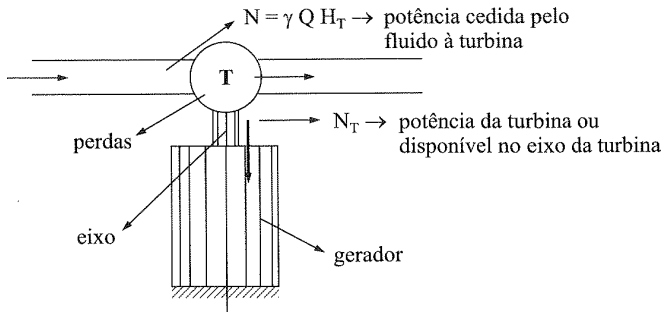
# Balço de Energia Mecânica



**Figura 2:** Trabalho de eixo de uma bomba.

Fonte: Brunetti (2008).

# Balauço de Energia Mecânica



**Figura 3: Trabalho de eixo de uma turbina.**

Fonte: Brunetti (2008).



# Equação de Bernoulli



# Equação de Bernoulli

- A **equação de Bernoulli** é obtida a partir da **equação do balanço de energia mecânica** e uma série de hipóteses simplificadoras;
- **Hipóteses simplificadoras:**
  - 1 Sem máquinas no sistema;
  - 2 Sem perdas por atrito;
  - 3 Sem trocas de calor;
  - 4 Fluido incompressível;
  - 5 Escoamento uniforme e
  - 6 Escoamento turbulento.



# Equação de Bernoulli

## Equação de Bernoulli

- Equação de Bernoulli em termos de energia por massa:

$$\frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) + g(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} = 0 \quad [\text{J/kg}] \quad (23)$$

- Pode ser escrita em termos de carga ao se dividir por  $g$ :

$$\frac{1}{2g}(v_2^2 - v_1^2) + (z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} = 0 \quad [\text{J}/(\text{N}/\text{m}^3)] \quad (24)$$

# Equação de Bernoulli

- A **equação de Bernoulli** em conjunto com a **equação da continuidade** é utilizada para resolução de vários problemas práticos;
- A eq. 24 representa a equação de Bernoulli em termos de carga e os termos são respectivamente: **carga cinética**, **carga potencial** e **carga de pressão**.

