

Mecânica dos Fluidos

Cinemática dos Fluidos: Escoamento e Balanços

Prof. Rodolfo Rodrigues
Universidade Federal do Pampa

BA000200 – Fenômenos de Transporte
Campus Bagé

27 e 28 de março de 2017



Escoamento de Fluidos



Classificação dos Escoamentos

Regimes de Escoamentos

- **Regime permanente:** ocorre quando propriedades do fluido são **invariáveis** em cada ponto com o tempo;
- **Regime transiente (ou variado):** ocorre quando condições do fluido em alguns pontos ou regiões são **variáveis** com o tempo.



Classificação dos Escoamentos

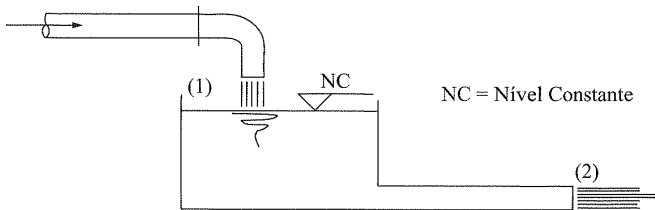


Figura 1: Escoamento pela tubulação de um tanque. Neste tanque, a quantidade de líquido que entra em (1) é idêntica à quantidade que sai em (2); nessas condições as propriedades do fluido são invariáveis.

Fonte: Brunetti (2008).



Classificação dos Escoamentos

Reservatório de Grande Dimensões

- É um reservatório do qual há carga ou descarga de líquido, mas, devido à sua **grande dimensão transversal**, o nível **não** varia sensivelmente com o tempo;
- Neste reservatório, o **nível** mantém-se aproximadamente **constante** com o tempo, de forma que o **regime** pode ser assumido aproximadamente **permanente**.



Classificação dos Escoamentos

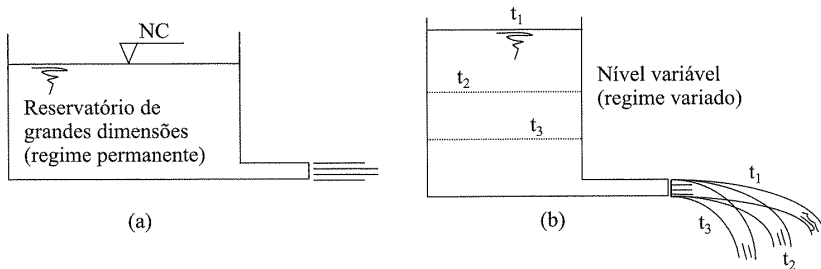


Figura 2: (a) Reservatório de **grandes dimensões** que apesar da descarga o nível não varia sensivelmente com o tempo e o **regime** pode ser assumido **permanente**;
 (b) reservatório de **pequena seção transversal** em face da descarga do fluido sendo que o nível varia sensivelmente com o tempo e, portanto, o **regime é transiente**.

Fonte: Brunetti (2008).



Classificação dos Escoamentos

Tipos de Escoamentos

- Observado por **Osborne Reynolds** (1842-1912) em um experimento em 1883;
- São 3 tipos de escoamentos:
 - **Escoamento laminar;**
 - **Escoamento de transição e**
 - **Escoamento turbulento.**
- Velocidade que ocorre a mudança de escoamento é dita **velocidade crítica.**



Classificação dos Escoamentos

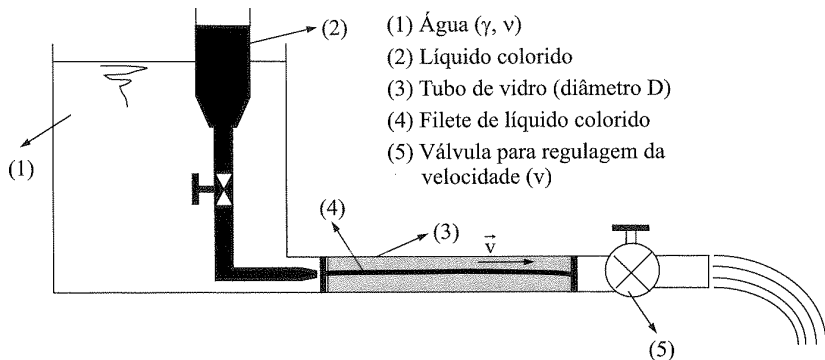


Figura 3: Experimento de Reynolds (1883) para diferentes tipos de escoamentos.

Fonte: Brunetti (2008).

Classificação dos Escoamentos

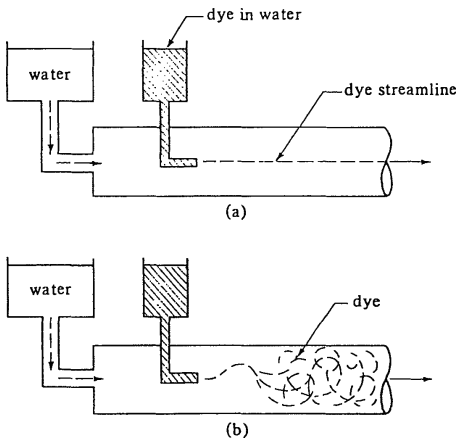


Figura 4: Experimento de Reynolds (1883) para diferentes tipos de escoamentos: (a) escoamento laminar; (b) escoamento turbulento.

Fonte: Geankoplis (2003).

Classificação dos Escoamentos

Tipos de Escoamentos

- A transição entre os tipos de escoamentos se dá pelo **número de Reynolds**:

$$\text{Re} = \frac{\text{forças inerciais}}{\text{forças viscosas}} = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{v D}{\nu} \quad (1)$$

- Número de Reynolds é um **número adimensional**;



Classificação dos Escoamentos

Tipos de Escoamentos

- A transição entre os tipos de escoamentos se dá pelo **número de Reynolds**:

$$Re = \frac{\text{forças inerciais}}{\text{forças viscosas}} = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{v D}{\nu} \quad (1)$$

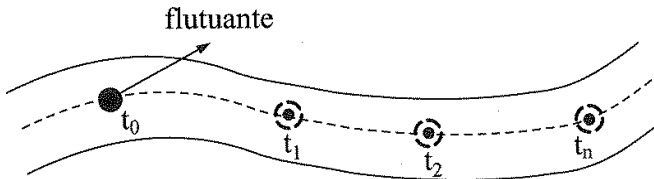
- Número de Reynolds é um **número adimensional**;
- Para um escoamento em **tubo circular reto**:
 - **Escoamento laminar**: $Re \leq 2100$;
 - **Escoamento de transição**: $2100 < Re < 4000$ e
 - **Escoamento turbulento**: $Re \geq 4000$.



Classificação dos Escoamentos

Trajatória e Linha de Corrente

- **Trajatória** é o lugar geométrico dos pontos ocupados por uma partícula em instantes sucessivos. É função do ponto inicial e do tempo:

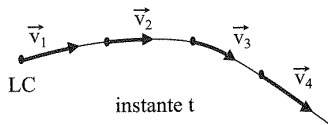
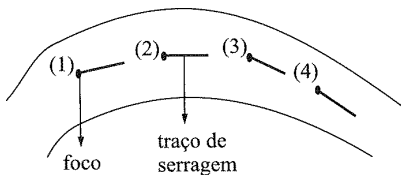


Fonte: Brunetti (2008).

Classificação dos Escoamentos

Trajétoria e Linha de Corrente

- **Linha de corrente** é a linha tangente aos vetores da velocidade de diferentes partículas no mesmo instante.



Fonte: Brunetti (2008).

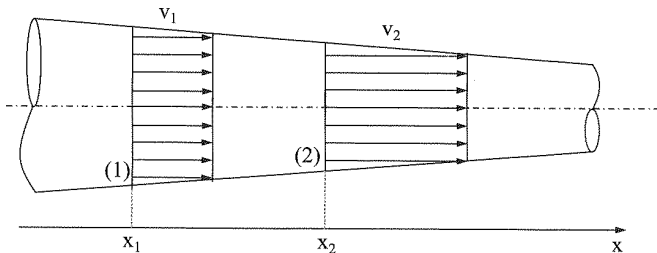
- As **linhas de corrente** e as **trajetórias** coincidem geometricamente no **regime permanente**.



Classificação dos Escoamentos

Escoamento Unidimensional ou Uniforme na Seção

- Escoamento é dito **unidimensional (ou uniforme)** quando uma única coordenada é suficiente para descrever suas propriedades (velocidade):



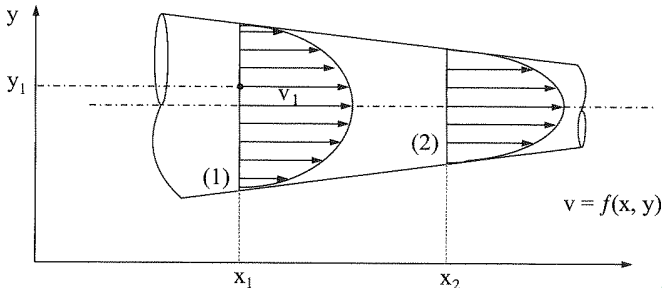
Fonte: Brunetti (2008).



Classificação dos Escoamentos

Escoamento Unidimensional ou Uniforme na Seção

- No **escoamento bidimensional** a variação da velocidade é função de 2 coordenadas: x e y :

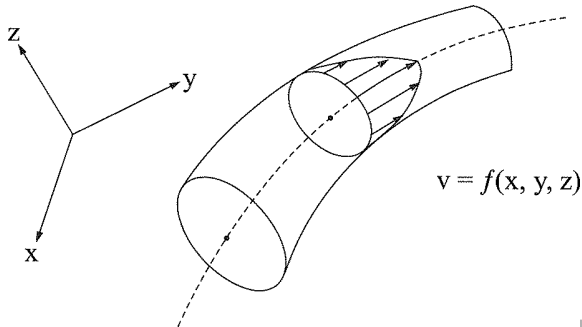


Fonte: Brunetti (2008).

Classificação dos Escoamentos

Escoamento Unidimensional ou Uniforme na Seção

- O escoamento no espaço pode ser **tridimensional** nas coordenadas x , y e z :



Fonte: Brunetti (2008).



Classificação dos Escoamentos

Vazão e Velocidade Média

- A **vazão volumétrica** pode ser facilmente determinada pelo tempo de enchimento de certo volume em um recipiente:

$$Q_v = \frac{V}{t} \quad [\text{m}^3/\text{s}] \quad (2)$$

- Em uma seção de área A , no intervalo de tempo t , um fluido se desloca a uma distância s :

$$Q_v = \frac{V}{t} = \frac{sA}{t} \quad \text{mas} \quad \frac{s}{t} = v \quad (3)$$

- Logo, **vazão volumétrica** e **velocidade** se relacionam:

$$Q_v = vA \quad [\text{m}^3/\text{s}] \quad (4)$$



Classificação dos Escoamentos

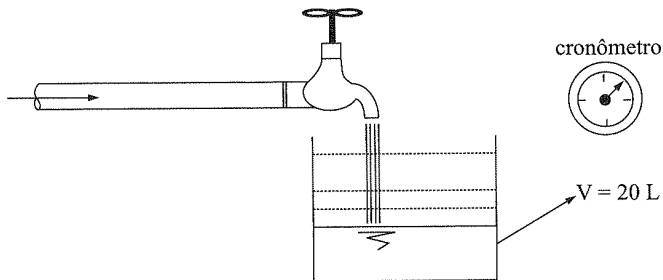


Figura 5: Tempo de enchimento de um certo volume de líquido em um recipiente para determinação da **vazão volumétrica**.

Fonte: Brunetti (2008).



Classificação dos Escoamentos

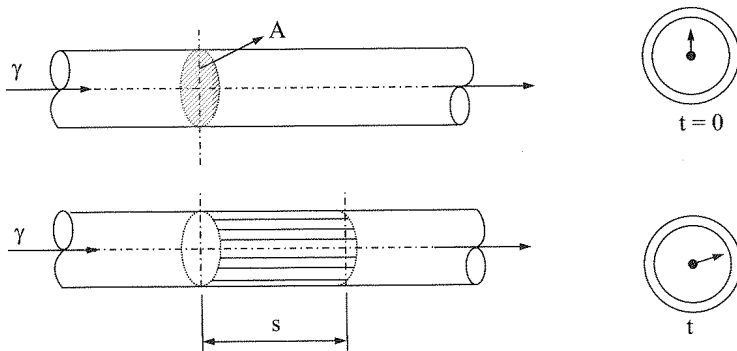


Figura 6: Relação de **vazão volumétrica** e **velocidade** de escoamento de um fluido em um tubo.

Fonte: Brunetti (2008).

Classificação dos Escoamentos

Vazão e Velocidade Média

- A expressão abaixo só é verdadeira se v é uniforme na seção:

$$Q_v = v \cdot A \quad [m^3/s]$$



Classificação dos Escoamentos

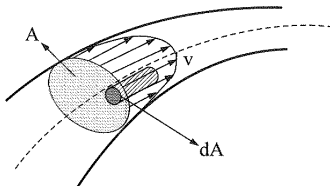
Vazão e Velocidade Média

- A expressão abaixo só é verdadeira se v é uniforme na seção:

$$Q_v = v \cdot A \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

- Assumindo dA qualquer no entorno de um ponto com velocidade v :

$$dQ_v = v \cdot dA \quad (5)$$



Fonte: Brunetti (2008).

Classificação dos Escoamentos

Vazão e Velocidade Média

- Logo, a vazão na seção de área A será:

$$Q_v = \iint_A v \cdot dA \quad [m^3/s]$$



Classificação dos Escoamentos

Vazão e Velocidade Média

- Logo, a vazão na seção de área A será:

$$Q_v = \iint_A v \cdot dA \quad [\text{m}^3/\text{s}] \quad (6)$$

- Defini-se **velocidade média** na seção como uma velocidade uniforme que, substituída pela velocidade real, reproduziria a mesma vazão na seção. Logo:

$$Q_v = \iint_A v \cdot dA = v_m \cdot A \quad [\text{m}^3/\text{s}] \quad (7)$$

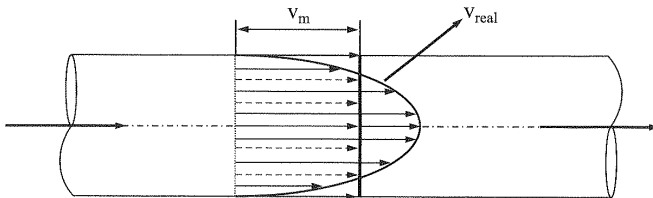


Classificação dos Escoamentos

Vazão e Velocidade Média

- Surge, assim, a expressão para o cálculo da **velocidade média** na seção:

$$v_m = \frac{1}{A} \iint_A v \cdot dA \quad [\text{m/s}] \quad (8)$$



Fonte: Brunetti (2008).



Balancos Global e Diferencial



Balanços Global e Diferencial

Equação da Continuidade

- A lei de conservação da massa resulta em um **balanço de massa (ou material)** simples:

$$\boxed{Entra} = \boxed{Sai} + \boxed{Acumula}$$



Balanços Global e Diferencial

Equação da Continuidade

- A lei de conservação da massa resulta em um **balanço de massa (ou material)** simples:

$$\boxed{Entra} = \boxed{Sai} + \boxed{Acumula}$$

- Em um escoamento em **regime permanente**:

$$\boxed{Entra} = \boxed{Sai}$$



Balanços Global e Diferencial

Equação da Continuidade

- A lei de conservação da massa resulta em um **balanço de massa (ou material)** simples:

$$\boxed{Entra} = \boxed{Sai} + \boxed{Acumula}$$

- Em um escoamento em **regime permanente**:

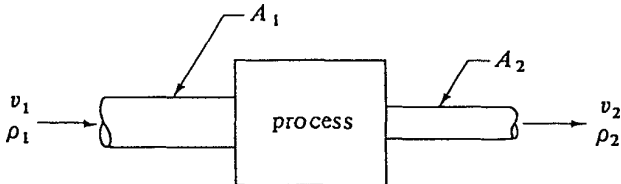
$$\boxed{Entra} = \boxed{Sai}$$



Balanços Global e Diferencial

Equação da Continuidade

- Considere um sistema simples, em regime permanente, com uma entrada e uma saída:



Fonte: Geankoplis (2003).

Balanços Global e Diferencial

Equação da Continuidade

- Para este processo, pode-se escrever os seguintes balanços materiais equivalentes:

$$Q_{m,1} = Q_{m,2} \quad [\text{kg/s}] \quad (9)$$

$$\rho_1 Q_{v,1} = \rho_2 Q_{v,2} \quad [\text{kg/s}] \quad (10)$$

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \quad [\text{kg/s}] \quad (11)$$

- Este é a **equação da continuidade**;



Balanços Global e Diferencial

Equação da Continuidade

- Para este processo, pode-se escrever os seguintes balanços materiais equivalentes:

$$Q_{m,1} = Q_{m,2} \quad [\text{kg/s}] \quad (9)$$

$$\rho_1 Q_{v,1} = \rho_2 Q_{v,2} \quad [\text{kg/s}] \quad (10)$$

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \quad [\text{kg/s}] \quad (11)$$

- Este é a **equação da continuidade**;



Balanços Global e Diferencial

Volume de Controle para Balanços

- Se o fluido é **incompressível**, então $\rho_1 = \rho_2$, e pode-se escrever:

$$Q_{v,1} = Q_{v,2} \quad [m^3/s] \quad (12)$$

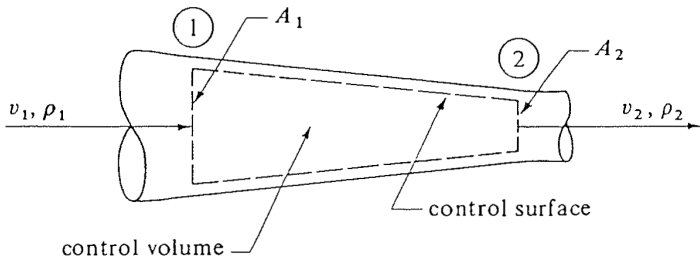
$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad [m^3/s] \quad (13)$$

- Este é a **equação da continuidade** para **fluido incompressível**.
- Um **sistema** é definido como uma porção de fluido de identidade fixa;
- Contudo, para um fluido escoando, partículas individuais **não** são facilmente identificáveis;
- Como resultado, a atenção é dada a um dado **espaço** através do qual o fluido escoa ao invés de uma dada massa de fluido;

Balanços Global e Diferencial

Volume de Controle para Balanços

- Um método conveniente é selecionar um **volume de controle** que é uma região fixa no espaço através da qual o fluido escoa;



Fonte: Geankoplis (2003).

- A **superfície de controle** (linha tracejada) é a superfície em torno do **volume de controle**;



Balanços Global e Diferencial

Equação do Balanço Global de Massa

- Para um volume de controle onde massa não é gerada:

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{l} \text{taxa de massa saindo} \\ \text{do volume de controle} \end{array} \right) && (14) \\
 & - \left(\begin{array}{l} \text{taxa de massa entrando} \\ \text{no volume de controle} \end{array} \right) \\
 & + \left(\begin{array}{l} \text{taxa de massa} \\ \text{acumulando no} \\ \text{volume de controle} \end{array} \right) = 0 \quad \left(\begin{array}{l} \text{taxa de} \\ \text{massa} \\ \text{gerada} \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

Balanços Global e Diferencial

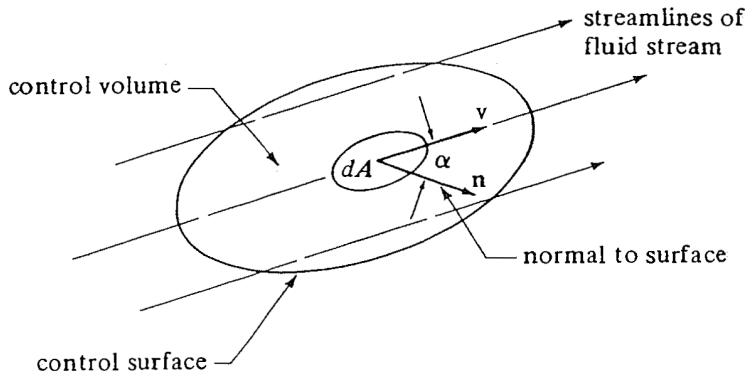


Figura 7: Escoamento através de uma área diferencial dA em uma superfície de controle.

Fonte: Geankoplis (2003).

Balanços Global e Diferencial

Equação do Balanço Global de Massa

- Para um elemento de área dA na superfície de controle, a taxa de massa passando por este elemento é:

$$\rho(\vec{v} \cdot \vec{n})(dA) \quad \text{ou} \quad (\rho v)(dA \cos \alpha)$$

- onde:
 - $(dA \cos \alpha)$ é a área dA projetada na direção normal a velocidade \vec{v} ;
 - α é o ângulo entre \vec{v} e o vetor unitário normal \vec{n} a dA .



Balanços Global e Diferencial

Equação do Balanço Global de Massa

- Ao integrar esta quantidade sobre todo a superfície de controle A , tem-se:

$$\left(\begin{array}{l} \text{efluxo líquido de massa} \\ \text{do volume de controle} \end{array} \right) = \iint_A \rho v \cos \alpha dA \quad (15)$$
$$= \iint_A \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA$$



Balanços Global e Diferencial

Equação do Balanço Global de Massa

- A taxa de acúmulo de massa no volume de controle V é:

$$\left(\begin{array}{l} \text{taxa de massa} \\ \text{acumulando no} \\ \text{volume de controle} \end{array} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho dV = \frac{dM}{dt} \quad (16)$$

onde M é massa de fluido no volume.



Balanços Global e Diferencial

Equação do Balanço Global de Massa

- A partir disto, da eq. 14, tem-se:

$$\iint_A \rho(\vec{v} \cdot \vec{n})dA + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho dV = 0 \quad (17)$$

- Para uma situação comum:
 - **Escoamento unidimensional** em **regime permanente** e
 - Todos os escoamentos para dentro ou fora do volume de controle são **normais** a A.



Balanços Global e Diferencial

Equação do Balanço Global de Massa

- Desta forma, o termo de acúmulo é igual a zero, $\alpha_1 = 180^\circ$ ($\cos \alpha_1 = -1$) e $\alpha_2 = 0^\circ$ ($\cos \alpha_2 = +1$);
- Assim:

$$\left(\iint_{A_1} \rho_1 v_1 \cos \alpha_1 \overset{+1}{dA} + \iint_{A_2} \rho_2 v_2 \cos \alpha_2 \overset{-1}{dA} \right) + \frac{dM}{dt} \overset{0}{=} 0 \quad (18)$$

Balanços Global e Diferencial

Equação do Balanço Global de Massa

- Da eq. 18 chega-se a **equação da continuidade**:

$$\rho_1 v_1 A_1 - \rho_2 v_2 A_2 = 0 \quad [\text{kg/s}] \quad (19)$$

$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2 \quad [\text{kg/s}] \quad (20)$$

